ISSN 1808-8546 (ONLINE) 1808-3765 (CD-ROM)

DESEMPENHO DE MODELOS PARAMÉTRICOS INTENSIDADE-DURAÇÃO-FREQUÊNCIA NO ESTUDO DE CHUVAS INTENSAS

WAGNER ALESSANDRO PANSERA¹; BENEDITO MARTINS GOMES² E JOÃO CARLOS CURY SAAD³

¹ Departamento de Engenharia Civil, UTFPR, R. Cristo Rei, 19, Vila Becker, CEP 85902-490, Toledo, PR, Brasil, pansera@utfpr.edu.br

² Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, UNIOESTE, R. Universitária, 1619, Universitário, CEP 85819-170, Cascavel, PR, Brasil, benedito.gomes@unioeste.br

³ Departamento de Engenharia Rural, FCA/UNESP, Av. Universitária, 3780, Jardim Paraíso, CEP 18610-034, Botucatu, SP, Brasil, joao.saad@unesp.br.

1 RESUMO

As chuvas intensas são caracterizadas pela sua intensidade (i), pelo tempo de duração (t) e pelo período de retorno (T). A chuva de projeto utilizada nos dimensionamentos de obras hidráulicas é determinada utilizando modelos matemáticos do tipo i = f(T,t). Essa relação funcional normalmente é feita por um modelo potencial de regressão múltipla não-linear, denominado de modelo padrão. No entanto, existem outros modelos que foram pouco estudados e podem apresentar desempenho melhor que o modelo padrão. Assim, este trabalho teve como objetivo avaliar o desempenho de sete modelos matemáticos alternativos ao modelo padrão. Foram utilizados dados de precipitação máxima diária anual da cidade de Cascavel-PR, referente ao período de 1975 a 2015. As chuvas foram desagregadas em intensidades com período de retorno variando de 2 a 100 anos e duração entre 5 e 1440 min. Aos valores desagregados foram ajustados os sete modelos estudados, assim como o modelo padrão. Os melhores desempenhos foram dos modelos 1 e 7, pois seus erros de estimativa na intensidade de precipitação foram inferiores a 5%. Já os piores desempenhos foram dos modelos 5 e 6, que podem gerar erros superiores a 40%.

Keywords: Valores extremos, desagregação de chuvas, regressão não-linear.

PANSERA, W. A.; GOMES, B. M.; SAAD, J. C. C. PERFORMANCE OF PARAMETRIC INTENSITY-DURATION-FREQUENCY MODELS IN THE STUDY OF INTENSE RAINFALLS

2 ABSTRACT

Intensive rainfalls are characterized by their intensity (i), duration (t) and return period (T). The design rainfall used in hydraulic works design is determined using mathematical models of type i = f(t,T). This functional relationship is usually made by a potential non-linear multiple regression model, called the standard model. However, there are other models that have been poorly studied and may perform better than the standard model. Thus, this work aimed to evaluate the performance of seven mathematical models alternative to the standard model. Data of annual-daily-maximum rainfall for Cascavel, Paraná - Brazil, from 1975 to 2015, were used

to derive the models. The rainfalls were disaggregated at intensities with return period ranging from 2 to 100 years and duration between 5 and 1440 min. The seven models studied were adjusted to the disaggregated values, as in the standard model. The best performances were from models 1 and 7, as their estimation errors in precipitation intensity were less than 5%. The worst performances were on models 5 and 6, which can generate errors greater than 40%.

Keywords: extreme values, rainfall disaggregation, nonlinear regression.

3 INTRODUÇÃO

Chuvas intensas, também chamadas de chuvas extremas, são aquelas que apresentam grandes lâminas precipitadas em pequenos intervalos de tempo, que são capazes de provocar prejuízos tanto em áreas urbanas quanto em áreas agrícolas, como inundação de terras cultivadas, erosão do solo, perdas de nutrientes e assoreamento de corpos da água, dentre outros. (CAMPOS et al., 2014).

O conhecimento das chuvas intensas é imprescindível no dimensionamento de obras hidráulicas, principalmente aquelas destinadas ao controle de cheias, porque estão relacionadas com a ocorrência e a magnitude do escoamento superficial. Contudo, para que as obras hidráulicas sejam viáveis tanto do ponto de vista técnico quanto econômico, a quantificação precisa da lâmina precipitada é importante (BACK; OLIVEIRA; HENN, 2012; MELLO al.. 2003; **MIRANDA:** et THEBALDI; ROCHA, 2017; SENNA et al., 2010; SOUZA et al. 2019).

As grandezas mais importantes da precipitação para dimensionamento de obras hidráulicas são: intensidade, duração e frequência da chuva ou período de retorno (BASSO et al., 2016). Normalmente essas grandezas são apresentadas como relações intensidade-duração-frequência (IDF) (DORNELES et al., 2019).

Um modelo potencial de regressão múltipla não-linear pode ser utilizado para estudar as relações IDF (HAJANI; RAHMAN, 2018; YOU; TUNG, 2018). Esse modelo permite estimar a intensidade de precipitação para determinada situação de chuva, fixando-se o período de retorno e o tempo de duração. As particularidades de cada projeto irão definir os valores dessas variáveis.

O modelo potencial não-linear é apresentando amplamente utilizado resultados satisfatórios (BRAGA et al., 2018; CAMPOS et al., 2014; HAJANI; RAHMAN, 2018; LONGO; SAMPAIO; SUSZEK, 2006; SENNA et al., 2010; SOUZA et al., 2012), no entanto, existem outros modelos que foram poucos explorados e podem gerar maior precisão na estimativa da intensidade de precipitação (BORGES; THEBALDI, 2015; HAJANI; RAHMAN, 2018; MELLO et al., 2001; PENNER; LIMA, 2016; YOU; TUNG, 2018).

Avaliar os diferentes modelos disponíveis é importante, porque mesmo pequenas diferenças podem se tornar importantes para o projeto, já que, extrapolando para toda a bacia hidrográfica, os volumes de água calculados podem vir a prejudicar o funcionamento da estrutura dimensionada. Portanto, é essencial que a equação que represente chuvas intensas tenha a melhor aproximação possível (MELLO et al., 2001).

Dessa forma, o presente trabalho estudou sete modelos empíricos das relações IDF, além do modelo potencial não-linear, com objetivo de verificar quais modelos apresentam estimativas mais precisas das intensidades de precipitações para dimensionamentos mais seguros e/ou econômicos de obras hidráulicas no município de Cascavel-PR.

4 MATERIAL E MÉTODOS

Foram utilizados dados pluviométricos do município de Cascavel-PR, obtidos no Sistema de Informação Hidrológica da Agência Nacional de Águas (ANA). A estação (código 02453007) está localizada na latitude 24°57' S e longitude 53°28' W, com valores no período de 1975 a 2015.

Para realizar a análise de frequência das chuvas intensas foi utilizada a distribuição generalizada de valores extremos (GEV). Para estimação dos parâmetros foi utilizado o método dos LH. Detalhes momentos e rotina computacional em Queiroz e Chaudhay (2006). Realizaram-se as estimativas das

chuvas máximas para períodos de retorno de 2, 5, 10, 20, 50 e 100 anos.

As precipitações máximas diárias obtidas para diferentes tempos de retorno foram desagregadas em chuvas com duração menor. A desagregação da chuva de um dia em chuvas de menor duração foi obtida pela metodologia proposta pelo CETESB (1986), mais detalhes podem ser encontrados em: Borges e Thebaldi (2016), Penner e Lima (2016) e Pereira, Duarte e Sarmento (2017). As durações de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 60, 360, 480, 600, 720 e 1440 min foram utilizadas pelo emprego dos coeficientes multiplicativos, apresentados na Tabela 1, permitindo, desta forma, a geração de pontos suficientes para definir as curvas de intensidade-duração referentes aos períodos de retorno já citados.

Tabela 1. Coeficientes de desagregação de chuvas.

Duração	Coeficiente
1 dia / 24 h	1,14
12 h / 24 h	0,85
10 h / 24 h	0,82
8 h / 24 h	0,78
6 h / 24 h	0,72
1 h / 24 h	0,42
30 min / 1 h	0,74
25 min / 30 min	0,91
20 min / 30 min	0,81
15 min / 30 min	0,70
10 min / 30 min	0,54
5 min / 30 min	0,34

Fonte: CETESB (1986)

Com os valores obtidos de chuvas intensas para diferentes durações e tempos de retorno geram-se pontos para estimativa dos parâmetros dos modelos estudados. O modelo padrão (MP) é do tipo i = f(T,t), sendo expresso pela relação (HAJANI; RAHMAN, 2018; MELLO et al., 2001):

$$i = \frac{P1 \times T^{P2}}{(t+P3)^{P4}}$$
(1)

Em que: i - intensidade de precipitação (mm h^{-1}); T - período de retorno (anos); t - tempo de duração da chuva (min); P - são parâmetros ajustáveis do modelo.

O MP foi comparado com seis modelos empíricos do tipo i = f(T,t): Modelo 1 (PFAFSTETTER, 1982), Modelo 2 (PENNER; LIMA, 2016), Modelos 3 e 4 (MARTINEZ JÚNIOR; MAGNI, 2014), Modelos 5 e 6 (MELLO et al., 2001). Os Modelos 1 a 6 são expressos pelas seguintes equações:

Modelo 1 (M1)

$$i = \frac{1}{t} \left(T^{P1 + \frac{P_2}{T^{P3}}} \right) \left[P4 \times t + P5 \times \log_{10}^{(1+P6 \times t)} \right]$$
(2)

Modelo 2 (M2)

$$i = P1 \times (t + P2)^{P3} + P4 \times (t + P5)^{P6} \times \left\{ P7 + P8 \times ln\left[ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] \right\}$$
(3)

Modelo 3 (M3)

$$i = (t + P1)^{P2 \times T^{P3}} \times P4 \times T^{P5}$$
(4)

Modelo 4 (M4)

$$i = (t + P1)^{P2 + P3 \times T} \times [P4 + P5 \times ln(T)]$$
(5)

Modelo 5 (M5)

$$i = e^{P1 + P2 \times T^{P3} + P4 \times \ln(t)^2}$$
(6)

Modelo 6 (M6)

$$i = P1 + P2 \times ln(T) + P3 \times ln(t) + P4 \times ln(t)^2 + P5 \times ln(T) \times ln(t)$$

$$(7)$$

Também foi utilizado um modelo polinomial de ordem 2 (HAJANI; RAHMAN, 2018) que fixa o período de retorno e expressa a intensidade apenas em

$$\ln(i) = P1 \times \ln(t)^2 + P2 \times \ln(t) + P3$$

O ajuste dos parâmetros dos modelos (P) foi realizado minimizando a soma dos quadrados dos desvios (S) para todas as durações e períodos de retorno considerados, conforme Back (2010):

$$S = \sum_{t=1}^{N} \sum_{T=1}^{N} (f i_{t,T} - f o_{t,T})^2$$
(9)

Em que: $fi_{t,T}$ é a chuva estimada pelo modelo para a duração t e período de retorno T; $fo_{t,T}$ é a chuva desagregada para duração t e período de retorno T; N é o função de sua duração, ou seja, do tipo i = f(t). Esse modelo (M7) é dado pela seguinte equação:

número de pontos utilizados. Para minimização do valor de S foram seguidas as recomendações de Nash (2014).

Com objetivo de quantificar o erro cometido pelos modelos quando comparados aos valores desagregados foi calculado o erro médio (EM), erro médio absoluto (EMA) e a raiz quadrada do erro médio (RQEM), conforme as seguintes expressões:

$$EM = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \sum_{T=1}^{N} \left(\frac{fi_{t,T} - fo_{t,T}}{fo_{t,T}} \right)$$
(10)

$$RQEM = \left[\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\sum_{T=1}^{N}\left(\frac{fi_{t,T}-fo_{t,T}}{fo_{t,T}}\right)^{2}\right]^{0.5}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A série histórica de precipitação diária máxima anual apresentou média de 113,9 mm e desvio padrão de 37,4 mm. O maior valor observado foi de 235,5 mm no ano de 2014 e o menor valor foi de 58,6 mm no ano de 1978.

A GEV mostrou-se adequada para modelagem probabilística das precipitações

$$EMA = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \sum_{T=1}^{N} \left| \frac{f_{i_{t,T}} - f_{o_{t,T}}}{f_{o_{t,T}}} \right|$$
(11)

máximas ao nível de 5% de significância (QUEIROZ; CHAUDHAY, 2006).

Utilizando a GEV foram estimadas precipitações máximas associadas aos períodos de retorno requeridos. Os valores obtidos foram desagregados e estimados os parâmetros dos modelos matemáticos do tipo i = f(T,t), conforme Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros	estimados	dos mod	elos matemá	áticos do	tipo	i = f	ť(Τ,t).
----------------------	-----------	---------	-------------	-----------	------	-------	-------	----

Modelo	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	\mathbf{R}^2
MP	969,93	0,22	9,79	0,72					0,998
M1	0,22	0,21	0,41	0,38	2144,24	0,17			0,999
M2	496,29	9,17	-0,71	38,08	10,03	-0,73	9,06	-9,78	0,998
M3	9,79	-0,72	0,00	971,91	0,22				0,998
M4	9,90	-0,77	-0,02	938,88	341,54				0,999
M5	7,41	-2,43	-0,13	-0,08					0,999
M6	253,79	63,21	-88,38	7,78	-9,35				0,995
2 Confining	to do dotor	minação	do modelo	D Domôm	atrea de Ma	dala			

R² - Coeficiente de determinação do modelo, P - Parâmetros do Modelo

Pode-se observar na Tabela 2 que os modelos apresentaram $R^2>0,99$, indicando bom ajuste dos modelos aos valores desagregados, corroborando: Mello et al. (2001), Souza et al. (2012), Borges e Thebaldi (2016), Penner e Lima (2016) e Pereira et al. (2017). A Tabela 3 apresenta os parâmetros estimados para o M7. Nota-se pelos valores do coeficiente de determinação que houve bom ajuste do modelo para todos os períodos de retorno, assim como Hajani e Rahman (2018).

Tabela 3. Parâmetros estimados e coeficiente de determinação (R^2) do M7.

T (Anos)	P1	P2	P3	\mathbb{R}^2
2	-0,0495	-0,1793	5,4704	0,9995
5	-0,0495	-0,1793	5,7385	0,9995
10	-0,0495	-0,1793	5,9022	0,9995
20	-0,0495	-0,1793	6,0510	0,9995
50	-0,0495	-0,1793	6,2352	0,9995
100	-0,0495	-0,1793	6,3678	0,9995

T - Período de retorno

Observa-se na Tabela 3 que os coeficientes quadráticos (P1) e lineares (P2) são iguais para todos os períodos de retorno. O que diferencia os períodos de retorno é o termo independente (P3). Portanto, buscando-se uma relação funcional P3 = f(T), chegou-se em:

$$P3 = -0.0161 \times \ln(T)^2 + 0.3116 \times \ln(T) + 5.2678 \qquad (R^2 = 0.9995)$$
(13)

Dessa forma, propõe-se uma expressão denominada de $M7^*$ e do tipo i =

$$i = e^{-0.0495 \times \ln(t)^2 - 0.1793 \times \ln(t) + P3} \quad (R^2 = 0.9988)$$

Em que: i - intensidade (mm h⁻¹), t tempo de duração (min) e P3 estimado pela Eq. 13. M7* apresentou bom ajuste, pois possui coeficiente de determinação maior que 0,99. f(T,t), válida para todos os períodos de retorno estudados:

Para uma avaliação melhor do desempenho dos modelos foram calculadas as medidas de erro, conforme Tabela 4.

Tabela 4. Medidas de erro, em porcentagem, dos modelos matemáticos do tipo i = f(T,t)

Medida de				Mo	odelo			
erro	MP	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7*
EM (%)	2,17	0,37	1,65	2,15	0,28	-8,21	2,20	0,11
EMA (%)	3,53	0,89	3,80	3,51	2,77	9,19	14,56	2,19
RQEM (%)	4,82	1,19	4,80	4,78	4,00	14,40	40,33	2,64

EM - Erro médio, EMA - Erro médio absoluto, RQEM - Raiz quadrada do erro médio.

Nota-se pelos valores de EM (Tabela 4), que os modelos apresentam tendência de superestimar os valores, com exceção de M5 que apresenta a tendência de subestimativa. O EMA variou entre 14,56% para M9 e 0,89% para M1. Já RQEM variou entre 40,33% para M6 e 1,19% para M1. Portanto, fica evidente que M1 apresentou o melhor desempenho e o M6 o pior. Já M2, M3 e M4 apresentaram desempenho semelhante ao MP, portanto, também podem ser utilizados na modelagem de chuvas intensas.

Quando se compara as medidas de erro (Tabela 4) do M5 com o MP, observase que o MP apresentou desempenho melhor, ao contrário de Mello et al, (2001) e Borges e Thebaldi (2016).

M2 apresentou desempenho semelhante ao MP (Tabela 4), contrariando Penner e Lima (2016), onde o MP foi melhor que M2. Todavia, isso pode ser explicado pelas metodologias diferentes utilizadas para obtenção dos parâmetros. Neste trabalho, os parâmetros do M2 foram livremente ajustados aos valores desagregados,

Para uma análise mais apurada dos modelos foi confeccionada a Figura 1 que apresenta os erros gerados em função do tempo de duração para todos os períodos de retorno. Observa-se pela Figura 1 que, de maneira geral, para todos os modelos, quanto maior o tempo de duração maior o erro cometido. M1 apresenta o melhor desempenho, pois para qualquer período de retorno e tempo de duração os erros cometidos são baixos, um pouco maior que 2%. Para MP e M3 o erro diminui com o aumento do período de retorno. Para M2 e M4 o aumento do período de retorno faz com que intensidade seja superestimada. O comportamento semelhante de MP e M3, assim como, M2 e M4, pode ser explicado

(14)

pela semelhança dos seus equacionamentos. Para M5, quanto maior a duração, maior o erro cometido, principalmente para durações maiores que 60 minutos. M6 apresenta os maiores erros observados, principalmente para durações maiores que 600 minutos, além disso, para baixos períodos de retorno ocorrem superestimavas e para altos períodos de retorno subestimativas. M7* apresentou bom desempenho, pois seus erros foram da ordem de 5%, apenas M1 apresentou desempenho melhor.





Mesmo M6 apresentando R²>0,99 (Tabela 2), o modelo pode apresentar superestimavas de quase 300% e subestimativas de quase 100% (Figura 1), corroborando o maior valor de RQEM (Tabela 4). Portanto, chega-se à mesma conclusão que Mello et al, (2001): M6 não é confiável para estudos de chuvas intensas, M7* apresentou desempenho melhor que o MP e semelhante a M1 (Tabela 4 e Figura 1). Isso torna o modelo

uma opção interessante, pois é computacionalmente mais fácil de implementar, evitando dificuldades que podem ocorrer para minimização da Eq. 9, como pode ser visto em Mullen (2014).

Para finalizar, foi efetuada uma comparação do MP, M1 e M7* com o modelo proposto por Longo et al. (2006) para o período de retorno de 100 anos, conforme Figura 2. O comportamento para os demais períodos de retorno é semelhante.



Figura 2. Comparação de M7*, M1 e MP com Longo et al, (2006) para o período de retorno de 100 anos

Nota-se, pela Figura 2, que os concebidos modelos neste trabalho apresentam intensidades maiores que o modelo de Longo et al. (2006).principalmente para durações menores que 200 minutos. Obras de drenagem como terraços, sarjetas e galerias pluviais, que envolvem pequenas bacias hidrográficas e tempos de concentração menores, serão bastante afetadas pelas diferenças observadas na Figura 2.

6 CONCLUSÃO

1 - Os melhores desempenhos foram de M1 e M7* para modelagem das relações IDF, pois seus erros de estimativa são inferiores a 5%. Isso demonstra que são modelos eficazes para dimensionamento de obras hidráulicas.

2- Os piores desempenhos foram de M5 e M6 que demonstraram que não são confiáveis para estudar as relações IDF, pois podem gerar erros superiores a 40%.

3 - Quando se compara M1, M7* e MP com o modelo de Longo et al, (2006), nota-se que o último subestima a intensidade de chuva para durações menores que 200 minutos.

7 REFERÊNCIAS

BACK, A. J. Relações Intensidade-Duração-Frequência de chuvas intensas de Urussanga, SC. **Irriga**, Botucatu, v. 15, n. 2, p. 119-130, 2010.

BACK, A. J.; OLIVEIRA. J. L. R.; HENN, A. Duration-Frequency relationships of heavy rainfall in Santa Catarina, Brazil. **Revista Brasileira de Ciências do Solo**, Cidade, v. 36, n. 3, p. 1015-1022, 2012.

BASSO, R.E.; ALLASIA, D.G.; PICKBRENNER, K. Revisão das isozonas de chuvas intensas do Brasil. **Engenharia Sanitária e Ambiental**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 41, p. 635-641. 2016.

BORGES, G. M. R.; THEBALDI, M. S. Estimativa da precipitação máxima diária anual e equação de chuvas intensas para o município de Formiga, MG, Brasil. Ambiente & Água - An Interdisciplinary Journal of Applied Science, Taubaté, v. 11, n. 4, p. 891-902, 2016.

BRAGA, R.N.S.; DA HORA, M.A.G.M.; LYRA, G.B.; NASCENTES, A.L. Determinação e interpolação dos coeficientes das equações de chuvas intensas para cidade do Rio de Janeiro. **Ambiente & Água - An Interdisciplinary Journal of Applied Science**, Taubaté, v. 13, n. 1, p. 1-14, 2018. DOI: 10.4136/ambi-agua.2076.

CAMPOS, A. R.; SANTOS, G. G.; SILVA, J. B. L.; IRENE FILHO, J.; LOURA, D. S. Equações de intensidade-duração-frequência de chuvas para o estado do Piauí. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 45, n. 3, p. 488-498, 2014.

CETESB – Companhia de tecnologia de saneamento ambiental. Drenagem urbana: manual de projeto. São Paulo: DAEE/CETESB, 1986.

DORNELES, V. R.; DAMÉ, R. C. F.; TEIXEIRA-GANDRA, C. F. A.; MÉLLO, L. B.; RAMIREZ, M. A. A.; MANKE, E. B. Intensity-duration-frequency relationships of rainfall through the technique of disaggregation of daily rainfall. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 23, n. 7, p. 506-510, 2019. DOI: https://dx.doi.org/10.1590/1807-1929/agriambi.v23n7p506-510.

HAJANI, E.; RAHMAN, A. Design rainfall estimation: comparison between GEV and LP3 distributions and at-site and regional estimates. **Natural Hazards**, Basel, v. 93, n. 1, p. 67-88, 2018.

LONGO, A. J.; SAMPAIO, S. C.; SUSZEK, M. Equação de chuvas intensas e precipitação provável para o município de Cascavel, PR. **Revista Varia Scientia**, Cascavel, v. 6, n. 11, p. 119-127, 2006.

MARTINEZ JÚNIOR, F.; MAGNI, N. L. G. **Precipitações intensas no Estado de São Paulo**. São Paulo: DAEE-CTH, 2014.

MELLO, C. R.; FERREIRA, D. F.; SILVA, A. M.; LIMA, J. M. Análise de modelos matemáticos aplicados ao estudo de chuvas intensas. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 25, n. 3, p. 693-698, 2001.

MELLO, C. R.; LIMA, J. M.; SILVA, A. M.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, M. S. Krigagem e inverso do quadrado da distância para interpolação dos parâmetros da equação de chuvas intensas. **Revista Brasileira de Ciências do Solo**, Viçosa, v. 27, n. 5, p. 925-933, 2003.

MIRANDA, C. T. S.; THEBALDI, M. S.; ROCHA, G. M. B. Annual daily maximum rainfall and estimate of intense rain equation for the Divinópolis municipality, MG, Brazil. **Revista**

Scientia Agraria, Curitiba, v. 18, n. 4, p. 9-16, 2017. DOI: http://dx.doi.org/10.5380/rsa.v18i4.49883.

MULLEN, K. M. On Best Practice Continuous Global Optimization in R. Journal of Statistical Software, Innsbruck, v. 60, n. 6, p. 1-45, 2014.

NASH, J. C. On Best Practice Optimization Methods in R. Journal of Statistical Software, Innsbruck, v. 60, n. 2, p. 1-14, 2014.

PENNER, G. C.; LIMA, M. P. Comparação entre métodos de determinação da equação de chuvas intensas para a cidade de Ribeirão Preto. **Geociências**, São Paulo, v. 35, n. 4, p. 542-559, 2016.

PEREIRA, D. C.; DUARTE, L. R.; SARMENTO, A. P. Determinação da curva de intensidade, duração e frequência do município de Ipameri – Goiás. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, Goiânia, v. 13, n. 2, p. 233-246, 2017.

PFAFSTETTER, O. Chuvas Intensas no Brasil: Relação entre Precipitação, Duração e Frequência de Chuvas em 98 Postos com Pluviógrafos. 2. ed. Rio de Janeiro: Departamento Nacional de Obras de Saneamento, 1982.

QUEIROZ, M. M. F.; CHAUDHAY, F. H. Análise de eventos hidrológicos extremos, usando-se a distribuição GEV e momentos L.H. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 10, n. 2, p. 381-389, 2006.

SENNA, R. S.; XAVIER, A. C.; LIMA, J. S. S.; CECÍLIO, R. A. Metodologias para estimativa dos parâmetros da equação de chuvas intensas no estado do Espírito Santo. **Engenharia na agricultura**, Viçosa, v. 18, n. 6, p. 493-503, 2010.

SOUZA, G. R.; BELLO, I. P.; OLIVEIRA, L. F. C.; CORRÊA, F. V. Heavy rainfall maps in Brazil to 5 year return period. **Ambiente & Água - An Interdisciplinary Journal of Applied Science**, Taubaté, v. 14, n. 5, p. 1-10, 2019. DOI: https://dx.doi.org/10.4136/ambiagua.2403.

SOUZA, R. O. D. M.; SCARAMUSSA, P. H.; AMARAL, M. A.; NETO, J. A.; PANTOJA, A. V.; SADECK, L. W. Equações de chuvas intensas para o Estado do Pará. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, São Paulo, v. 16, n. 9, p. 999-1005, 2012. DOI: 10.1590/S1415-43662012000900011.

YOU, L.; TUNG, Y. Derivation of rainfall IDF relations by third-order polynomial normal transform. Stochastic **Environmental Research and Risk Assessment**, Basel, v. 32, n. 8, p. 2309-2324, 2018. DOI: 10.1007/s00477-018-1583-4.